

Exercici 4

Una empresa fabrica cotxes elèctrics i cotxes de motor de combustió. L'empresa té tres línies de fabricació: $L1$, $L2$ i $L3$. La taula següent mostra el nombre de vehicles de cada tipus que hi ha en aquest moment en cada línia. D'altra banda, sabem que el preu de venda dels vehicles elèctrics és de 40.000 € i el preu de venda dels vehicles de motor de combustió és de 30.000 €.

	<i>Cotxes elèctrics</i>	<i>Cotxes de motor de combustió</i>
$L1$	20	80
$L2$	30	100
$L3$	40	110

El cost mitjà de manteniment i consum per cada 100 km és d'1 € per als vehicles elèctrics i de 6 € per als de motor de combustió.

El 2 % de la producció de vehicles de motor de combustió surt de l'empresa amb algun defecte, mentre que només l'1 % dels vehicles elèctrics surt amb alguna tara.

Trieu UNA de les dues opcions (A o B) i responeu a les qüestions que s'hi plantegen.

OPCIÓ A

a) Obteniu, mitjançant un producte de matrius, la matriu que expressa els ingressos per cada línia un cop s'hagin venut tots els cotxes.

Si escollim a l'atzar un dels vehicles que hi ha ara a la fàbrica, quina és la probabilitat que sigui de motor de combustió si sabem que ha sortit defectuós?

[1,5 punts]

4.

OPCIÓ A

a) Considerem les matrius:

$$A = \begin{matrix} & \begin{matrix} E & M \end{matrix} \\ \begin{matrix} L1 \\ L2 \\ L3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 20 & 80 \\ 30 & 100 \\ 40 & 110 \end{pmatrix} \end{matrix} \text{ i } I = \begin{matrix} E \\ M \end{matrix} \begin{pmatrix} 40.000 \\ 30.000 \end{pmatrix}.$$

Si fem el producte de $A \cdot I$ obtindrem els ingressos per la venda de tots els cotxes de cada línia.

$$A \cdot I = \begin{pmatrix} 20 & 80 \\ 30 & 100 \\ 40 & 110 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 40.000 \\ 30.000 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.200.000 \\ 4.200.000 \\ 4.900.000 \end{pmatrix}.$$

Obtenim que la línia 1 generarà uns ingressos de 3.200.000 €, la línia 2 generarà uns ingressos de 4.200.000 € i la línia 3 uns ingressos de 4.900.000 €.

Considerem els esdeveniments:

E = el vehicle és de motor elèctric.

C = el vehicle és de motor de combustió.

D = el vehicle és defectuós.

A la fàbrica hi ha 90 cotxes elèctrics i 290 cotxes de motor de combustió. Per tant, si escollim un cotxe a l'atzar $P(E) = \frac{90}{90+290} = 0,2368$ i $P(C) = \frac{290}{90+290} = 0,7632$.

També sabem que $P(D|E) = 0,01$ i $P(D|C) = 0,02$.

Ens demanen la probabilitat $P(C|D)$

Podem fer un diagrama d'arbre o bé calcular la probabilitat condicionada utilitzant la fórmula de Bayes

$$P(C|D) = \frac{P(C \cap D)}{P(D)} = \frac{P(D|C) \cdot P(C)}{P(D|E) \cdot P(E) + P(D|C) \cdot P(C)} = \frac{0,02 \cdot 0,7632}{0,01 \cdot 0,2368 + 0,02 \cdot 0,7632} = 0,8657.$$

- b) És més car comprar un cotxe elèctric, però té menys despeses per kilòmetres recorreguts que un de combustió. Determineu la funció que representa la despesa acumulada, entre la compra i els kilòmetres recorreguts, per a cada tipus de vehicle en funció del nombre de kilòmetres recorreguts, x . Si un conductor fa 20.000 km l'any, a partir de quants anys li sortirà més a compte el cotxe elèctric que el de combustió?

[1 punt]

- b) La funció que representa la despesa acumulada després de cada x km recorreguts per cada tipus de vehicle ve donada per la despesa de compra més la despesa pels quilòmetres recorreguts.

Per als vehicles elèctrics, el preu de venda és de 40.000 euros i 1 euro cada 100 km recorreguts. Per tant, la funció que dona la despesa en euros en funció dels quilòmetres recorreguts serà:

$$D_E(x) = 40.000 + \frac{1}{100}x.$$

Mentre que per als vehicles de combustió aquesta funció serà:

$$D_T(x) = 30.000 + \frac{6}{100}x.$$

Inicialment surt més car el vehicle elèctric. Igualem les despeses per trobar a partir de quants quilòmetres sortirà més econòmic el vehicle elèctric.

$$40.000 + \frac{1}{100}x = 30.000 + \frac{6}{100}x \Rightarrow 10.000 = 0,05x \Rightarrow x = 200.000 \text{ km}$$

Als 200.000 km les despeses seran iguals. A partir dels 10 anys serà més econòmic el vehicle elèctric.