

Problema 1.B. Una granja vol crear una mescla fertilitzant líquida utilitzant dos compostos comercials, NutriMax i BioGrow. Cada litre d'aquests compostos aporta diferents quantitats d'unitats de nitrogen, fòsfor i potassi. Perquè el cultiu siga productiu, els agrònoms han determinat que s'han d'aplicar al terreny com a mínim 8 unitats de nitrogen, 6 unitats de fòsfor i 10 unitats de potassi. Se sap que un litre de NutriMax conté 2 unitats de nitrogen, 1 unitat de fòsfor i 1 unitat de potassi, mentre que un litre de BioGrow conté 1 unitat de nitrogen, 1 unitat de fòsfor i 2 unitats de potassi. El cost d'un litre de NutriMax és de 5 euros i el de BioGrow és de 4 euros.

a) Quants litres de cada producte s'han de utilitzar perquè el cost de la mescla siga mínim?
 (3 punts)

Dades del problema

Siguem:

- x = litres de NutriMax
- y = litres de BioGrow

Nutrients que aporta cada litre

Producte	Nitrogen	Fòsfor	Potassi
NutriMax	2	1	1
BioGrow	1	1	2

Necessitats mínimes:

- Nitrogen: 8
- Fòsfor: 6
- Potassi: 10

Cost:

- NutriMax: 5 €/litre
- BioGrow: 4 €/litre

1. Plantegem les restriccions

Nitrogen

Cada litre de NutriMax aporta 2 unitats i cada litre de BioGrow n'aporta 1.

Per tant,

$$2x + y \geq 8$$

Fòsfor

Cada litre dels dos productes aporta 1 unitat.

$$x + y \geq 6$$

Potassi

NutriMax aporta 1 i BioGrow aporta 2.

$$x + 2y \geq 10$$

No es poden utilitzar litres negatius

$$x \geq 0, \quad y \geq 0$$

2. Funció cost

Volem minimitzar

$$C = 5x + 4y.$$

3. Trobem els vèrtexs de la regió factible

En programació lineal, el mínim es troba en un dels vèrtexs.

Cal calcular les interseccions de les rectes.

Intersecció de

$$2x + y = 8$$

i

$$x + y = 6.$$

Restem les dues equacions:

$$(2x + y) - (x + y) = 8 - 6$$

$$x = 2.$$

Substituïm:

$$2 + y = 6$$

$$y = 4.$$

Primer vèrtex:

$$(2, 4).$$

Comprovació:

$$2 + 2 \cdot 4 = 10$$

Compleix totes les restriccions.

Intersecció de

$$x + y = 6$$

i

$$x + 2y = 10.$$

Restem:

$$y = 4.$$

Llavors

$$x = 2.$$

És el mateix punt.

Intersecció de

$$2x + y = 8$$

i

$$x + 2y = 10.$$

Multipliquem la segona per 2:

$$2x + 4y = 20.$$

Restem:

$$3y = 12$$

$$y = 4.$$

Llavors

$$2x + 4 = 8$$

$$x = 2.$$

També dona el mateix punt.

Per tant, les tres rectes es tallen al mateix punt:

$$(2, 4).$$

Ara mirem els altres vèrtexs que formen la regió factible.

Amb l'eix Y

Si $x = 0$:

$$2y \geq 10$$

$$y = 8.$$

Punt:

$$(0, 8).$$

Amb l'eix X

Si $y = 0$:

$$x \geq 10.$$

Punt:

$$(10, 0).$$

4. Calculem el cost en cada vèrtex

Punt $(2, 4)$

$$C = 5 \cdot 2 + 4 \cdot 4$$

$$= 10 + 16$$

$$= 26 \text{ €}.$$

Punt (0, 8)

$$C = 5 \cdot 0 + 4 \cdot 8 = 32 \text{ €}.$$

Punt (10, 0)

$$C = 5 \cdot 10 = 50 \text{ €}.$$

5. Escollim el menor cost

Comparant:

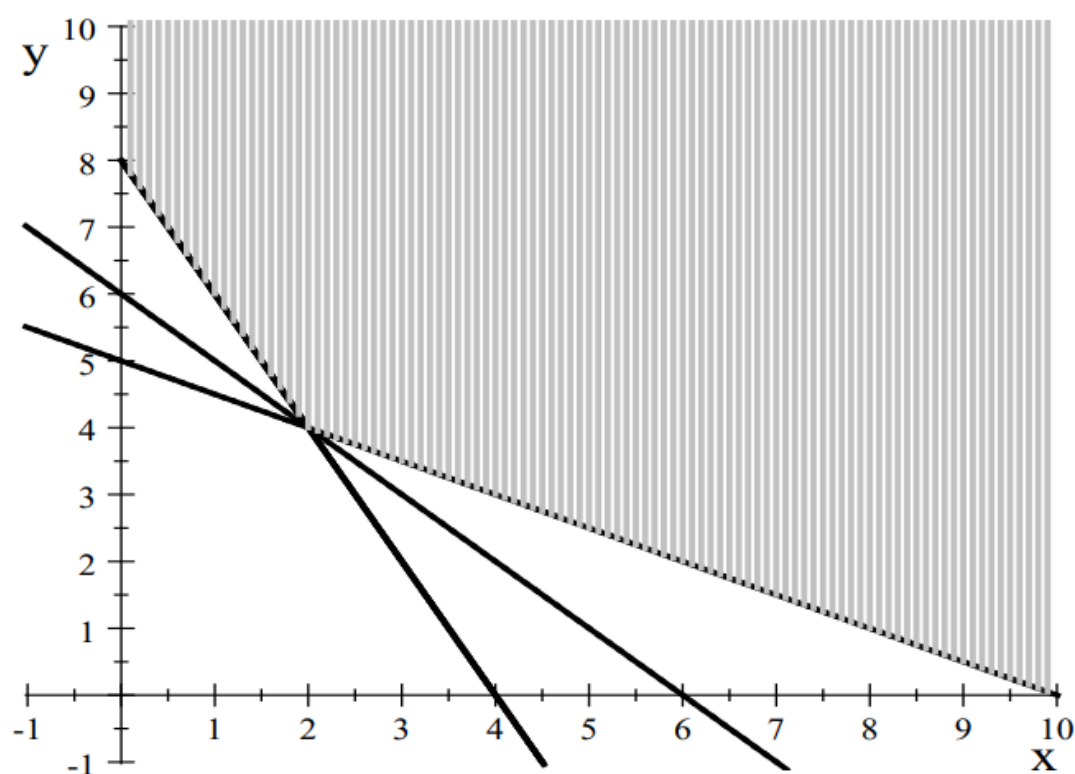
- 26 €
- 32 €
- 50 €

El menor és

26 €.

Per obtenir el cost mínim cal utilitzar

2 litres de NutriMax i 4 litres de BioGrow.



b) Quin és aquest cost mínim?

(0,5 punts)

El cost mínim és

26 €.