

Problema 1.B. Una empresa estudia els preus de la subscripció a les plataformes d'estríming Metfilm, Lamparx i Tuing. L'any 2023 amb 1850 € es van poder contractar 40 subscripcions a Metfilm, 50 a Lamparx i 20 a Tuing. En 2024, Metfilm i Lamparx van pujar la quota 1 € mentre que Tuing va mantenir el preu i, amb el mateix pressupost, es van haver de reduir 2 subscripcions de Metfilm i 3 de Lamparx, però es va poder mantenir el nombre de subscripcions a Tuing. Tenint en compte que Metfilm era 5 € més cara que Lamparx l'any 2023, calculeu el cost de subscripció de cada companyia en cada any.

(Plantejament correcte 1,5 punts --- Resolució correcta 2 punts)

Siguen:

- x : preu de la subscripció a **Metfilm** l'any 2023.
- y : preu de la subscripció a **Lamparx** l'any 2023.
- z : preu de la subscripció a **Tuing** l'any 2023.

1. Plantejament del sistema

Any 2023

$$40x + 50y + 20z = 1850$$

Dividim entre 10:

$$4x + 5y + 2z = 185$$

Any 2024

Metfilm i Lamparx augmenten 1 €.

Es contracten:

- 38 de Metfilm,
- 47 de Lamparx,
- 20 de Tuing.

Per tant,

$$38(x + 1) + 47(y + 1) + 20z = 1850$$

Desenvolupem:

$$38x + 38 + 47y + 47 + 20z = 1850$$

$$38x + 47y + 20z = 1765$$

Relació entre Metfilm i Lamparx

Metfilm costava 5 € més.

$$x - y = 5$$

El sistema és

$$\begin{cases} 4x + 5y + 2z = 185 \\ 38x + 47y + 20z = 1765 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

2. Matriu ampliada

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 4 & 5 & 2 & 185 \\ 38 & 47 & 20 & 1765 \\ 1 & -1 & 0 & 5 \end{array} \right)$$

Per facilitar els càlculs, intercanviem la primera i la tercera fila:

$$F_1 \leftrightarrow F_3$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 5 \\ 38 & 47 & 20 & 1765 \\ 4 & 5 & 2 & 185 \end{array} \right)$$

3. Anul·lem els elements de la primera columna

Sobre la fila 2

$$F_2 \longrightarrow F_2 - 38F_1$$

$$38 - 38 = 0$$

$$47 + 38 = 85$$

$$20 - 0 = 20$$

$$1765 - 190 = 1575$$

Resulta

$$(0, 85, 20 \mid 1575)$$

Sobre la fila 3

$$F_3 \longrightarrow F_3 - 4F_1$$

$$4 - 4 = 0$$

$$5 + 4 = 9$$

$$2 - 0 = 2$$

$$185 - 20 = 165$$

Resulta

$$(0, 9, 2 \mid 165)$$

La matriu queda

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 5 \\ 0 & 85 & 20 & 1575 \\ 0 & 9 & 2 & 165 \end{array} \right)$$

4. Anul·lem el 9 de la tercera fila

Per evitar decimals fem

$$F_3 \longrightarrow 85F_3 - 9F_2$$

Calculem:

Primera columna

$$85 \cdot 0 - 9 \cdot 0 = 0$$

Segona columna

$$85 \cdot 9 - 9 \cdot 85 = 765 - 765 = 0$$

Tercera columna

$$85 \cdot 2 - 9 \cdot 20 = 170 - 180 = -10$$

Terme independent

$$85 \cdot 165 - 9 \cdot 1575 = 14025 - 14175 = -150$$

La matriu és

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 5 \\ 0 & 85 & 20 & 1575 \\ 0 & 0 & -10 & -150 \end{array} \right)$$

5. Substitució cap enrere

Tercera fila

$$-10z = -150$$

$$\boxed{z = 15}$$

Segona fila

$$85y + 20z = 1575$$

Substituïnt $z = 15$:

$$85y + 300 = 1575$$

$$85y = 1275$$

$$y = 15$$

Primera fila

$$x - y = 5$$

$$x - 15 = 5$$

$$x = 20$$

6. Solució

Any 2023

- Metfilm: 20 €
- Lamparx: 15 €
- Tuing: 15 €

Any 2024

Com Metfilm i Lamparx augmenten 1 €:

- Metfilm: 21 €
- Lamparx: 16 €
- Tuing: 15 €

Resposta final

Plataforma	2023	2024 
Metfilm	20 €	21 €
Lamparx	15 €	16 €
Tuing	15 €	15 €