

Problema 3. En una empresa de pintures se sap que hi ha tres tipus d'empleats: becaris, aprenents i mestres. El 50% dels empleats són becaris i el 35% aprenents. Entre els becaris, el 80% té estudis superiors i entre els mestres tan sols el 15% no té estudis superiors. Se sap que el 79% dels empleats de l'empresa té estudis superiors. Seleccionem a l'atzar un empleat d'aquesta empresa.

- a) Calculeu la probabilitat que l'empleat seleccionat tinga estudis superiors i siga aprenent. (1 punt)

Pas 1. Definim els successos

Anomenem:

- B : becari.
- A : aprenent.
- M : mestre.
- S : té estudis superiors.

Es dona que:

$$P(B) = 0,50$$

$$P(A) = 0,35$$

Per tant,

$$P(M) = 1 - 0,50 - 0,35 = 0,15.$$

També sabem que:

- Entre els becaris, el 80% té estudis superiors:

$$P(S|B) = 0,80.$$

- Entre els mestres, el 15% **no** té estudis superiors.

Per tant,

$$P(S|M) = 0,85.$$

A més,

$$P(S) = 0,79.$$

a) Probabilitat que tinga estudis superiors i siga aprenent

Pas 1. Trobar $P(S|A)$

Utilitzem la probabilitat total:

$$P(S) = P(B)P(S|B) + P(A)P(S|A) + P(M)P(S|M).$$

Substituïm les dades:

$$0,79 = 0,50 \cdot 0,80 + 0,35 \cdot P(S|A) + 0,15 \cdot 0,85.$$

Calculem:

$$0,50 \cdot 0,80 = 0,40.$$

$$0,15 \cdot 0,85 = 0,1275.$$

Per tant,

$$0,79 = 0,5275 + 0,35P(S|A).$$

Restem:

$$0,2625 = 0,35P(S|A).$$

$$P(S|A) = 0,75.$$

Pas 2. Calcular la probabilitat demanada

$$P(S \cap A) = P(A) \cdot P(S|A).$$

$$= 0,35 \cdot 0,75.$$

$$= 0,2625.$$

$P(S \cap A) = 0,2625$

o bé

$26,25\%.$

- b) Si sabem que l'empleat seleccionat no té estudis superiors, quina és la probabilitat que siga aprenent?
(1 punt)

b) Sabent que no té estudis superiors, probabilitat que siga aprenent

Cal calcular

$$P(A|\bar{S}).$$

Utilitzem Bayes:

$$P(A|\bar{S}) = \frac{P(A \cap \bar{S})}{P(\bar{S})}.$$

Pas 1. Calcular $P(\bar{S})$

$$P(\bar{S}) = 1 - 0,79 = 0,21.$$

Pas 2. Calcular $P(A \cap \bar{S})$

Sabem que

$$P(S|A) = 0,75.$$

Per tant,

$$P(\bar{S}|A) = 0,25.$$

Aleshores,

$$P(A \cap \bar{S}) = 0,35 \cdot 0,25 = 0,0875.$$

Pas 3. Aplicar Bayes

$$P(A|\bar{S}) = \frac{0,0875}{0,21} = \frac{5}{12} \approx 0,4167.$$

$$P(A|\bar{S}) = \frac{5}{12} \approx 0,4167$$

o bé

$$41,67\%.$$

- c) Calculeu la probabilitat de la intersecció dels successos "l'empleat seleccionat és aprenent o becari" i "l'empleat seleccionat té estudis superiors o és aprenent".

(1 punt)

c) Calcular

$$(B \cup A) \cap (S \cup A).$$

Pas 1. Simplificar

Utilitzem la propietat distributiva:

$$(X \cup Y) \cap (X \cup Z) = X \cup (Y \cap Z).$$

Prenent

- $X = A$,
- $Y = B$,
- $Z = S$,

queda

$$(B \cup A) \cap (S \cup A) = A \cup (B \cap S).$$

Com que un empleat no pot ser alhora becari i aprenent,

els successos són incompatibles.

Per tant,

$$P(A \cup (B \cap S)) = P(A) + P(B \cap S).$$

Pas 2. Calcular $P(B \cap S)$

$$P(B \cap S) = 0,50 \cdot 0,80 = 0,40.$$

Pas 3. Calcular la probabilitat

$$P = 0,35 + 0,40 = 0,75.$$

0,75

o bé

75%.