

Exercici 1

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 1	
---------------------------------	--

Un metge comença a fer divulgació sobre salut a les xarxes socials. A mesura que publica continguts relacionats amb aquest tema, observa un augment en el nombre de seguidors. En un moment determinat grava un vídeo polèmic i perd un petit nombre de seguidors, però al cap d'uns dies en publica un altre que té molt d'èxit i, a partir d'aleshores, el nombre de seguidors torna a créixer. La funció que descriu el nombre de seguidors en funció del temps t , mesurat en setmanes, és $f(t) = 10t^3 - 120t^2 + 450t + 700$, $t \in [0, 10]$.

1.1. Quants seguidors té a l'inici? Quants en té al cap de 10 setmanes?

Estudieu els intervals de creixement i decreixement de la funció i determineu-ne els extrems locals. Feu un esbós de la gràfica utilitzant la informació obtinguda.

[1,5 punts]

Puntuació de l'apartat 1.1	
----------------------------	--

1.

1.1. Com que $f(0) = 700$ i $f(10) = 3.200$, a l'inici té 700 seguidors i al cap de 10 setmanes en té 3.200.

Comencem calculant la derivada de la funció

$$f'(t) = 30t^2 - 240t + 450 = 30(t^2 - 8t + 15).$$

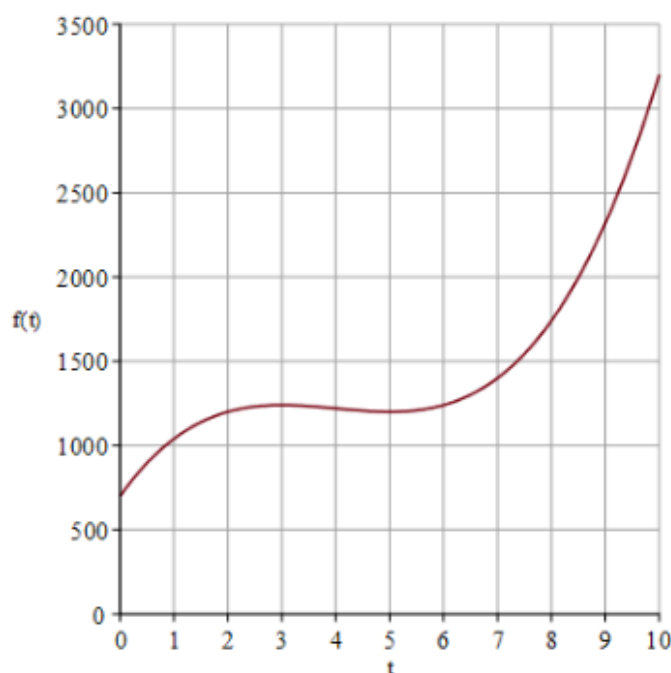
Igualant la derivada a zero s'obtenen dues solucions, $t = 3$ i $t = 5$. Com que la derivada és contínua per estudiar el creixement i el decreixement, només hem d'estudiar el signe de la derivada en aquests intervals:

(0,3)	$t = 3$	(3,5)	$t = 5$	(5,10)
$f' > 0$	$f' = 0$	$f' < 0$	$f' = 0$	$f' > 0$
$f \nearrow$		$f \searrow$		$f \nearrow$

Per tant, concloem que la funció f és creixent en els intervals $(0,3) \cup (5,10)$ i que és decreixent en l'interval $(3,5)$.

D'altra banda, veiem que la funció té un màxim local al punt $(3, f(3)) = (3, 1240)$ i un mínim local al punt $(5, f(5)) = (5, 1200)$.

Un esbós de la gràfica és:



- 1.2. Quina setmana penja el vídeo polèmic i quants seguidors té en aquell moment? Quina setmana penja el vídeo que té molt d'èxit? Al llarg de les 10 setmanes, en quin moment té més seguidors?

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 1.2	
----------------------------	--

- 1.2. A partir de la informació obtinguda en l'apartat anterior, veiem que el vídeo polèmic el va penjar a la setmana 3 i en aquell moment tenia 1.240 seguidors. El vídeo que té molt èxit el penja a la setmana 5. Clarament, el moment en què té més seguidors és a la setmana 10, amb 3.200 seguidors.