

Exercici 3

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 3	
---------------------------------	--

En una localitat costanera han obert un nou local d'oci nocturn amb diverses pistes de ball i zones de descans. Per a accedir-hi, cal comprar una entrada que inclou una consumició. Després d'unes quantes setmanes, els propietaris s'han adonat que si el preu de l'entrada és de 15 €, l'afluència és de 180 clients. També s'han adonat que la relació entre el preu de l'entrada i el nombre de clients és lineal, de manera que per cada euro de més en el preu de l'entrada perden 20 clients. L'aforament del local és de 320 persones.

- 3.1. Comproveu que el nombre de persones que entren al local en funció del preu és donat per la funció $f(x) = 480 - 20x$. A partir de quin preu cal vendre l'entrada per a aconseguir omplir el local? A quin preu no hi anirà ningú?

[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 3.1	
----------------------------	--

3

- 3.1. Denotem per x el preu de l'entrada i per $f(x)$ la funció que dona el nombre de persones que accedeixen al local. Sabem que $f(x)$ és una funció lineal de pendent -20 i que passa pel punt (15, 180). D'això deduïm que

$$f(x) - 180 = -20(x - 15), \text{ és a dir que, } f(x) = 480 - 20x.$$

Per saber a quin preu s'omple tot l'aforament de la sala cal resoldre $f(x) = 320$ i s'obté $x = 8$. És a dir, si baixen el preu de l'entrada a 8 euros hi assistiran 320 persones. Per saber ara a quin preu no ve ningú al local resolem $f(x) = 0$ i obtenim $x = 24$ euros.

- 3.2. Trobeu una funció que determini els ingressos obtinguts amb les entrades en funció del preu de l'entrada. Quins són els ingressos quan el preu de l'entrada és de 15 €? I quan és de 18 €?

[0,75 punts]

Puntuació de l'apartat 3.2	
----------------------------	--

- 3.2. Els ingressos s'obtenen multiplicant el nombres de persones que assisteixen a la sala pel preu de l'entrada

$$I(x) = (480 - 20x) \cdot x = -20x^2 + 480x.$$

Si el preu és de 15 euros s'obtenen uns ingressos de $I(15) = 2700$ euros i per a 18 euros de $I(18) = 2160$ euros.

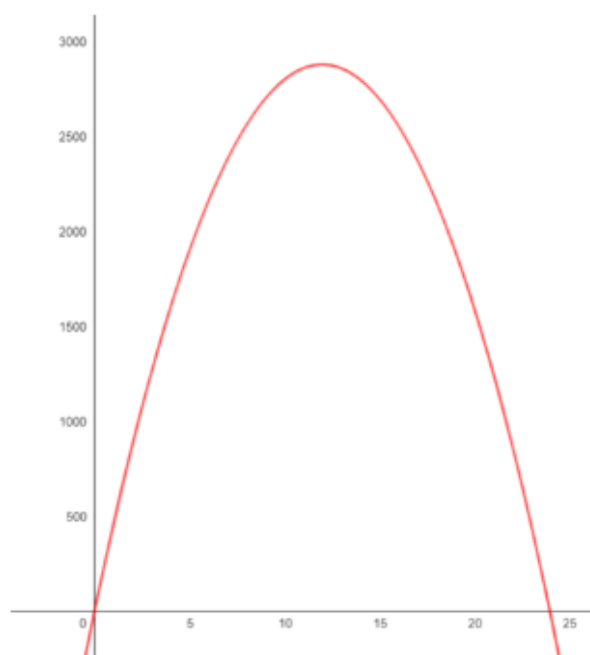
3.3. A quin preu cal posar l'entrada per a obtenir el màxim d'ingressos? Quins són aquests ingressos?

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 3.3	
----------------------------	--

3.3. Ara hem de trobar el màxim de $I(x)$, que és un polinomi i per tant una funció contínua i derivable a tots els reals. Dins del context del problema té sentit considerar el domini $[8,24]$. Derivant obtenim $I'(x) = -40x + 480$, i igualant la derivada a zero s'obté com a solució $x = 12$. Podem comprovar fàcilment que és un màxim absolut ja que $I'(x) > 0$ quan $x \in [8,12)$ i $I'(x) < 0$ quan $x \in (12,24]$.

Alternativament es pot representar la paràbola definida per $I(x)$ i trobar el vèrtex per obtenir el màxim:



Per tant, el preu que maximitza els ingressos és $x = 12$ euros i els ingressos màxims són $I(12) = 2880$ euros.