

Exercici 4

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 4	
---------------------------------	--

La taula següent recull el nombre d'estudiants de grau (G), màster (M) i doctorat (D) matriculats a les tres facultats —Ciències (C), Enginyeria (E) i Lletres (L)— d'una petita universitat.

Facultat	Grau (G)	Màster (M)	Doctorat (D)	Total
Ciències (C)	450	172	41	663
Enginyeria (E)	445	178	45	668
Lletres (L)	438	183	48	669
Total	1.333	533	134	2.000

OPCIÓ A

4.1. Si escollim un estudiant a l'atzar, quina és la probabilitat que sigui un estudiant de doctorat de la Facultat de Lletres?

Si escollim a l'atzar un estudiant que cursa un màster, quina és la probabilitat que estudiï a la Facultat d'Enginyeria?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.1	
----------------------------	--

4.

OPCIÓ A

1.1. Considerem els esdeveniments

G = l'estudiant cursa un grau,

M = l'estudiant cursa un màster,

D = l'estudiant cursa un doctorat.

Considerem també els esdeveniments

C = l'estudiant és de la Facultat de Ciències,

E = l'estudiant és de la Facultat d'Enginyeria,

L = l'estudiant és de la Facultat de Lletres.

Per calcular la probabilitat que l'estudiant escollit a l'atzar sigui un estudiant de doctorat de la Facultat de Lletres apliquem la regla de Laplace:

$$P(D \cap L) = \frac{\text{Nombre d'estudiants de doctorat de la F. de Lletres}}{\text{Total d'estudiants}} = \frac{48}{2.000} = \frac{3}{125} \\ = 0,024$$

Per tant, la probabilitat que l'estudiant escollit a l'atzar sigui un estudiant de doctorat de la Facultat de Lletres és de 0,024.

Calcularem ara la probabilitat que un estudiant que cursa un màster sigui de la Facultat d'Enginyeries. Es tracta d'una probabilitat condicionada.

$$P(E | M) = \frac{\text{Nombre d'estudiants de màster de la F. d'Enginyeries}}{\text{Total d'estudiants de màster}} = \frac{178}{533} \\ \approx 0,3340$$

Per tant, la probabilitat que un estudiant que cursa un màster sigui de la Facultat d'Enginyeries és de 0,3340.

- 4.2. Expresseu la informació de la taula (sense els totals) mitjançant una matriu 3×3 i calculeu, utilitzant un producte de matrius, el vector amb el nombre total d'estudiants de grau, màster i doctorat de la universitat.

Sabem que els estudiants de grau paguen 1.000 € de matrícula; els de màster, 1.500 €, i els de doctorat, 500 €. Per mitjà d'un producte de matrius, calculeu l'import total que ingressa la universitat en concepte de matrícules.

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.2	
----------------------------	--

- 1.2. A partir de les dades de la taula considerem la matriu A

$$A = \begin{pmatrix} 450 & 172 & 41 \\ 445 & 178 & 45 \\ 438 & 183 & 48 \end{pmatrix}$$

en què les files representen les facultats (Ciències, Enginyeries, Lletres) i les columnes representen els nivells (grau, màster, doctorat).

Per calcular els totals per nivell educatiu, hem de multiplicar-la per un vector fila format tot per uns:

$$\begin{aligned} T &= (1 \quad 1 \quad 1) \cdot \begin{pmatrix} 450 & 172 & 41 \\ 445 & 178 & 45 \\ 438 & 183 & 48 \end{pmatrix} \\ &= (450 + 445 + 438 \quad 172 + 178 + 183 \quad 41 + 45 + 48) \\ &= (1.333 \quad 533 \quad 134) \end{aligned}$$

Sabem també que els preus de les matrícules són 1.000 € per als estudiants de grau, 1.500 € per als estudiants de màster i 500 € per als estudiants de doctorat.

Considerem, per tant, el vector de preus:

$$P = \begin{pmatrix} 1.000 \\ 1.500 \\ 500 \end{pmatrix}$$

I disposem també del total d'estudiants per nivell educatiu:

$$T = (1.333 \quad 533 \quad 134)$$

L'import total que ingressarà la universitat per matrícules és el producte:

$$\begin{aligned} T \cdot P &= (1.333 \quad 533 \quad 134) \cdot \begin{pmatrix} 1.000 \\ 1.500 \\ 500 \end{pmatrix} = 1.333 \cdot 1.000 + 533 \cdot 1.500 + 134 \cdot 500 \\ &= 1.333.000 + 799.500 + 67.000 = 2.199.500 \end{aligned}$$

Per tant, la universitat ingressarà un total de 2.199.500 € en concepte de matrícules.