

Exercici 4

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 4	
--	--

A en Bernat l'han contractat com a gerent d'una empresa que fabrica paraigües després que el gerent anterior fos acomiadat per no guardar convenientment la documentació. Aquesta empresa fabrica dos models de paraigües: paraigües plegables i paraigües bastó.

OPCIÓ A

- 4.1. Fent una anàlisi econòmica del darrer exercici, en Bernat ha descobert que l'empresa va tenir uns ingressos totals de 42.500 € per la venda de paraigües. Tot i així, no hi ha cap document que indiqui quants paraigües de cada tipus es van vendre; només que el preu de venda de cada paraigua plegable era de 25 € i el del paraigua bastó era de 15 €. Regirant entre la documentació, també ha trobat que es va fer servir un total de 2.375 m² de tela impermeable. Per a fabricar un paraigua plegable, es necessita 1 m² d'aquesta tela, mentre que per a un paraigua bastó se'n necessiten 1,5 m².

Sabent que no va quedar cap paraigua al magatzem en finalitzar la temporada, quants paraigües de cada model es van vendre?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.1	
----------------------------	--

OPCIÓ A

- 4.1. Anomenem x al nombre de paraigües bastó venuts, i y al nombre de paraigües plegables venuts. Podem escriure un sistema d'equacions tenint en compte els guanys totals (primera equació) i els metres quadrats de tela usats (segona equació), de la següent manera:

$$\begin{cases} 15x + 25y = 42500 \\ 1,5x + y = 2375 \end{cases}$$

Per trobar les dades demanades, només hem de solucionar aquest sistema. De la segona equació, podem aïllar la variable y

$$y = 2375 - 1,5x$$

I substituint a la primera equació ens queda

$$15x + 25(2375 - 1,5x) = 42500.$$

Que si la resolem obtenim $x = 750$.

Substituint aquesta variable, trobem el valor de y

$$y = 2375 - 1,5x = 2375 - 1,5 \cdot 750 = 1250.$$

Per tant, s'han venut un total de 750 paraigües bastó i 1250 paraigües plegables.

- 4.2. Tenint en compte el cost de fabricar i emmagatzemar els paraigües plegables, la funció que determina el benefici, en milers d'euros, que resulta de fabricar aquest producte és $p(x) = x(3 - x)$, en què x representa el nombre de paraigües fabricats, en centenars d'unitats. Considerant els mateixos factors, la funció de benefici dels paraigües bastó és

$$b(x) = -\frac{2}{5}x^2 + 2x.$$

Quins beneficis s'obtindran en total si es fabriquen 100 paraigües de cada tipus? Per a cada model de paraigua, calculeu entre quins valors ha d'estar compresa la variable x perquè l'empresa no tingui pèrdues.

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.2	
----------------------------	--

- 4.2. Per saber els beneficis obtinguts si fabriquem 100 paraigües de cada tipus hem de substituir en les funcions que ens donen els beneficis la variable x per 1:

$$p(1) = 2$$

$$b(1) = -\frac{2}{5} + 2 = \frac{8}{5}.$$

Per tant, obtenim un benefici de 2000 euros amb els paraigües plegables i $\frac{8}{5} \cdot 1000 = 1600$ euros pels paraigües bastó. En total obtenim un benefici de 3600 euros.

Per saber entre quins valors no tenim pèrdues hem de buscar els valors de x pels quals les funcions són positives.

Comencem pels paraigües plegables. Tenint en compte que x representa el nombre de paraigües fabricats, la funció $p(x) = x(3 - x)$ està definida per valors de x més grans o iguals que zero. Per tant, per tal que la funció sigui

positiva cal $(3 - x) \geq 0$, és a dir, cal que $x \leq 3$. Així doncs, per no tenir pèrdues, en el cas dels paraigües plegables, cal que $x \in [0,3]$.

En el cas dels paraigües bastó, la funció de beneficis és $b(x) = -\frac{2}{5}x^2 + 2x = x(-\frac{2}{5}x + 2)$. Per tant, per tal de no tenir pèrdues, cal que $-\frac{2}{5}x + 2 \geq 0$, és a dir, $x \leq 5$. Així doncs, cal que $x \in [0,5]$.