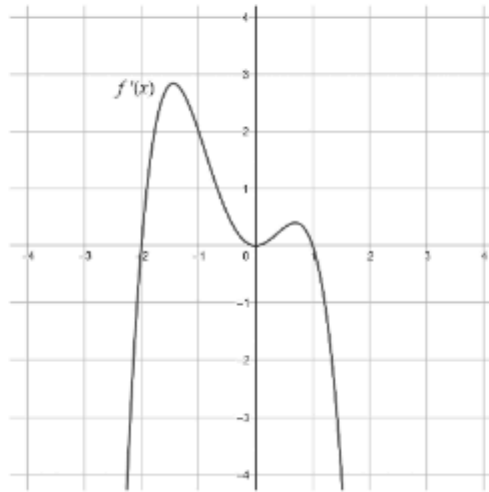


OPCIÓ A

D'una funció $f(x)$, sabem que passa pel punt $(-1, -1)$ i que la gràfica de la seva funció derivada és la següent:



4.1. Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de la funció $f(x)$ en el punt $(-1, -1)$.

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 4.1	
----------------------------	--

OPCIÓ A.

4.1. Usarem l'expressió de la recta punt-pendent, $y - f(x_0) = m(x - x_0)$. Com que la recta buscada ha de passar pel punt $x_0 = -1$, $f(x_0) = -1$, i ha de tenir pendent $f'(x_0) = f'(-1) = 2$ (tal com es veu al gràfic), l'equació de la recta tangent a la funció $f(x)$ en el punt $x_0 = -1$ serà

$$y - (-1) = 2 \cdot (x - (-1)) \rightarrow y + 1 = 2 \cdot (x + 1) \rightarrow y = 2x + 1.$$

4.2. Estudieu si $f(x)$ té punts crítics (punts on $f'(x) = 0$) i, en cas que en tingui, determineu-ne les abscisses i classifiqueu-los segons si són màxims, mínims o punts d'inflexió de $f(x)$.

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 4.2	
----------------------------	--

4.2. Els punts crítics de $f(x)$ són aquells que satisfan $f'(x) = 0$. Del gràfic es veu clarament que són els punts $x = -2$, $x = 0$, i $x = 1$: aquestes abscisses són possibles extrems relatius de la funció $f(x)$.

Com que $f'(x)$ és creixent en $x = -2$, la seva derivada en aquest punt serà positiva, $f''(-2) > 0$, i això vol dir que $x = -2$ és un mínim local de $f(x)$.

Anàlogament, com que $f'(x)$ és positiva immediatament abans de $x = 1$, i negativa immediatament després, la funció $f(x)$ és creixent abans de $x = 1$ i decreixent després; per tant $x = 1$ és un màxim local de $f(x)$.

El punt $x = 0$ és diferent. Tant abans com després $f'(x)$ és positiva per tant, $f(x)$ és creixent en el punt $x = 0$. Però a més, $f'(x)$ és decreixent abans de $x = 0$ i per tant la seva derivada (és a dir, $f''(x)$) és negativa, mentre que és creixent després de $x = 0$ i per tant $f''(x)$ és positiva. Això vol dir que la funció $f(x)$ és convexa abans de $x = 0$ i còncava després. Per tant, el punt $x = 0$ és un punt d'inflexió de $f(x)$.

4.3. Sabent, a més, que $f(0) = -0,2$, calculeu l'àrea entre la gràfica de $f'(x)$ i l'eix de les abscisses, des de $x = -1$ fins a $x = 0$.

[0,5 punts]

Puntuació de l'apartat 4.3	
----------------------------	--

4.3. Com que $f(x)$ és una primitiva de $f'(x)$, l'àrea que ens demanen és fàcil de calcular usant la regla de Barrow (i usant les dades $f(0) = -0,2$ i $f(-1) = -1$):

$$A = \int_{-1}^0 f'(x) dx = [f(x)]_{-1}^0 = f(0) - f(-1) = -0,2 - (-1) = 0,8 u^2.$$