

Exercici 4

[2,5 punts en total]

Puntuació total de l'exercici 4	
---------------------------------	--

La taula següent recull el nombre d'estudiants de grau (G), màster (M) i doctorat (D) matriculats a les tres facultats —Ciències (C), Enginyeria (E) i Lletres (L)— d'una petita universitat.

Facultat	Grau (G)	Màster (M)	Doctorat (D)	Total
Ciències (C)	450	172	41	663
Enginyeria (E)	445	178	45	668
Lletres (L)	438	183	48	669
Total	1.333	533	134	2.000

OPCIÓ B

4.1. Si escollim un estudiant a l'atzar, quina és la probabilitat que sigui un estudiant de màster de la Facultat de Ciències?

Si escollim a l'atzar un estudiant de la Facultat d'Enginyeria, quina és la probabilitat que cursi un màster?

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.1	
----------------------------	--

OPCIÓ B

4.1. Considerem els esdeveniments

G = l'estudiant cursa un grau,

M = l'estudiant cursa un màster,

D = l'estudiant cursa un doctorat.

Considerem també els esdeveniments

C = l'estudiant és de la Facultat de Ciències,

E = l'estudiant és de la Facultat d'Enginyeria,

L = l'estudiant és de la Facultat de Lletres.

Per calcular la probabilitat que l'estudiant escollit a l'atzar sigui un estudiant de màster de la Facultat de Ciències, apliquem la regla de Laplace:

$$P(M \cap C) = \frac{\text{Nombre d'estudiants de màster de la F. de Ciències}}{\text{Total d'estudiants}} = \frac{172}{2.000} = \frac{43}{500} = 0,086$$

Per tant, la probabilitat que l'estudiant escollit a l'atzar sigui un estudiant de màster de la Facultat de Ciències és de 0,086.

Calcularem ara la probabilitat que un estudiant de la Facultat d'Enginyeries estigui cursant un màster. Es tracta d'una probabilitat condicionada:

$$P(M | E) = \frac{\text{Nombre d'estudiants de màster de la F. d'Enginyeries}}{\text{Total d'estudiants de la F. d'Enginyeries}} = \frac{178}{668} = \frac{89}{334} \approx 0,2665$$

Per tant, la probabilitat que un estudiant de la Facultat d'Enginyeries estigui cursant un màster és de 0,2665.

- 4.2. Sabem que, en total, hi ha 1.036 estudiants que gaudeixen d'una beca. També sabem que, si considerem conjuntament els estudiants de grau i màster, la meitat estan becats, i que hi ha el mateix nombre d'estudiants becats de màster que de doctorat.

Determineu quants estudiants becats hi ha de cada nivell educatiu (grau, màster i doctorat).

[1,25 punts]

Puntuació de l'apartat 4.2	
----------------------------	--

4.2. Considerem

x = nombre d'estudiants becats de grau.

y = nombre d'estudiants becats de màster.

z = nombre d'estudiants becats de doctorat.

Sabem que en total hi ha 1.036 estudiants becats; per tant:

$$x + y + z = 1.036$$

Sabem també que, si considerem conjuntament els estudiants de grau i màster, la meitat estan becats. És a dir,

$$x + y = \frac{1}{2}(1.333 + 533) = 933$$

També sabem que hi ha el mateix nombre d'estudiants becats de màster que de doctorat. Això és: $y = z$.

El sistema d'equacions que hem obtingut és:

$$\begin{cases} x + y + z = 1036 \\ x + y = 933 \\ y = z \end{cases}$$

El podem resoldre fàcilment aplicant, per exemple, el mètode de Gauss:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1036 \\ 1 & 1 & 0 & 933 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1036 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 103 \end{array}\right)$$

Obtenim, $z = 103$, $y = 103$ i, finalment, $x = 1.036 - 2 \cdot 103 = 830$.

Per tant, hi ha 830 estudiants de grau, 103 estudiants de màster i 103 estudiants de doctorat que gaudeixen d'una beca.