

OPCIÓ B

En una indústria es fan servir braços robòtics amb sensors per a mesurar amb precisió determinades peces metàl·liques i comprovar si tenen irregularitats. Les peces es col·loquen sobre la superfície determinada pel pla $\pi: (x, y, z) = (6, 1, 1) + \lambda(1, 1, 0) + \mu(0, 0, 1)$ i, per damunt seu, un braç robòtic desplaça un sensor des del punt $A = (1, 2, 3)$ fins al punt $B = (5, 3, 7)$ en línia recta (les unitats dels tres eixos de coordenades estan expressades en centímetres).

4.1. Quina distància ha recorregut el sensor?

[0,5 punts]

Puntuació de l'apartat 4.1	
----------------------------	--

OPCIÓ B.

4.1. Calculem la distància entre els punts $A(1, 2, 3)$ i $B(5, 3, 7)$:

$$d(A, B) = \|\overrightarrow{AB}\| = \|(4, 1, 4)\| = \sqrt{4^2 + 1^2 + 4^2} = \sqrt{33} \approx 5,74 \text{ cm.}$$

Per tant, el sensor ha recorregut 5,74 cm.

4.2. En acabar el moviment, a quina distància de la superfície es troba el sensor?

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 4.2	
----------------------------	--

4.2. Hem de calcular la distància del punt B al pla π , $d(B, \pi)$. Per fer-ho, necessitem l'equació general del pla:

$$\begin{vmatrix} x-6 & y-1 & z-1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow x-6-(y-1) = 0 \Leftrightarrow x-y-5 = 0.$$

Aplicant la fórmula de la distància punt-pla, obtenim

$$d(B, \pi) = \frac{|1 \cdot 5 - 1 \cdot 3 + 0 - 5|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \approx 2,12 \text{ cm.}$$

4.3. Si el sensor seguís movent-se en la mateixa línia recta i en el mateix sentit, en quin punt xocaria amb la superfície?

[1 punt]

Puntuació de l'apartat 4.3	
----------------------------	--

4.3. Per trobar el punt de xoc, hem de buscar el punt de tall del pla π amb la recta que passa per A i per B . Primer explicitem l'equació d'aquesta recta:

$$(x, y, z) = (1, 2, 3) + \lambda(4, 1, 4) = (1 + 4\lambda, 2 + \lambda, 3 + 4\lambda),$$

i ara busquem el punt en comú imposant l'equació del pla:

$$1 + 4\lambda - (2 + \lambda) - 5 = 0,$$

d'on $3\lambda - 6 = 0$ i $\lambda = 2$. Això vol dir que el punt de xoc és

$$(x, y, z) = (1, 2, 3) + 2(4, 1, 4) = (9, 4, 11).$$