

Problema 1.B. Una empresa de subministraments tecnològics ven tres tipus de components: processadors, targetes gràfiques i mòduls de memòria. El departament de comptabilitat ha perdut la informació sobre el preu individual de cada component. No obstant això, sap que la venda de 2 processadors, 1 targeta gràfica i 4 mòduls de memòria va sumar un total de 1020 € i que un lot de 3 processadors i 2 targetes gràfiques al qual es va aplicar un descompte equivalent al preu d'1 mòdul de memòria es va vendre al preu de 1280 €. Si el preu d'una targeta gràfica és igual a la suma del preu d'un processador més el doble del preu d'un mòdul de memòria, determineu el preu de cada component.

(Plantejament correcte 1,5 punts --- Resolució correcta 2 punts)

1. Definim les incògnites

Siguin:

- x = preu d'un **processador** (€)
- y = preu d'una **targeta gràfica** (€)
- z = preu d'un **mòdul de memòria** (€)

1. Plantejament del sistema

Primera informació

La venda de:

- 2 processadors
- 1 targeta gràfica
- 4 mòduls de memòria

suma 1020 €.

Per tant:

$$2x + y + 4z = 1020$$

Segona informació

Un lot de:

- 3 processadors
- 2 targetes gràfiques

tenia un **descompte equivalent al preu d'un mòdul de memòria**.

Sense descompte, el preu seria:

$$3x + 2y$$

Com que el descompte és z , el preu final és:

$$3x + 2y - z$$

I aquest preu és 1280 €:

$$3x + 2y - z = 1280$$

Tercera informació

El preu d'una targeta gràfica és igual al preu d'un processador més el doble del preu d'un mòdul de memòria:

$$y = x + 2z$$

Per tant, el sistema és:

$$\begin{cases} 2x + y + 4z = 1020 \\ 3x + 2y - z = 1280 \\ y = x + 2z \end{cases}$$

2. Resolució pel mètode de Gauss

Escrivim la matriu ampliada:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & 4 & 1020 \\ 3 & 2 & -1 & 1280 \\ -1 & 1 & -2 & 0 \end{array} \right)$$

Volem convertir-la en una matriu esglaonada.

Pas 1: Intercanviem F_1 i F_3

Ens interessa començar amb un 1 o un -1 :

$$F_1 \leftrightarrow F_3$$

Obtenim:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -2 & 0 \\ 3 & 2 & -1 & 1280 \\ 2 & 1 & 4 & 1020 \end{array} \right)$$

Ara podem fer zeros sota el primer pivot.

Pas 2: Fem zero el 3 de la segona fila

Fem:

$$F_2 \rightarrow F_2 + 3F_1$$

Calculem:

$$\begin{aligned} & (3, 2, -1, 1280) + 3(-1, 1, -2, 0) \\ &= (3 - 3, 2 + 3, -1 - 6, 1280) \\ &= (0, 5, -7, 1280) \end{aligned}$$

Per tant:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 5 & -7 & 1280 \\ 2 & 1 & 4 & 1020 \end{array} \right)$$

Pas 3: Fem zero el 2 de la tercera fila

Fem:

$$F_3 \rightarrow F_3 + 2F_1$$

Calculem:

$$\begin{aligned} & (2, 1, 4, 1020) + 2(-1, 1, -2, 0) \\ &= (2 - 2, 1 + 2, 4 - 4, 1020) \\ &= (0, 3, 0, 1020) \end{aligned}$$

Ara tenim:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 5 & -7 & 1280 \\ 0 & 3 & 0 & 1020 \end{array} \right)$$

Pas 4: Intercanviem F_2 i F_3

Perquè siga més fàcil continuar:

$$F_2 \leftrightarrow F_3$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1020 \\ 0 & 5 & -7 & 1280 \end{array} \right)$$

Pas 5: Fem zero el 5 de la tercera fila

Podem fer:

$$F_3 \rightarrow 3F_3 - 5F_2$$

Calculem:

$$\begin{aligned} & 3(0, 5, -7, 1280) - 5(0, 3, 0, 1020) \\ &= (0, 15, -21, 3840) - (0, 15, 0, 5100) \\ &= (0, 0, -21, -1260) \end{aligned}$$

Per tant:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -1 & 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 1020 \\ 0 & 0 & -21 & -1260 \end{array} \right)$$

3. Tornem al sistema

Aquesta matriu representa:

$$\begin{cases} -x + y - 2z = 0 \\ 3y = 1020 \\ -21z = -1260 \end{cases}$$

Comencem per l'última:

$$-21z = -1260$$

$$\boxed{z = 60}$$

Segona equació:

$$3y = 1020$$

$$\boxed{y = 340}$$

Primera equació:

$$-x + y - 2z = 0$$

Substituïm $y = 340$ i $z = 60$:

$$-x + 340 - 2(60) = 0$$

$$-x + 340 - 120 = 0$$

$$-x + 220 = 0$$

$$x = 220$$



Solució pel mètode de Gauss

$$x = 220, \quad y = 340, \quad z = 60$$

Per tant:

- Processador: 220 €
- Targeta gràfica: 340 €
- Mòdul de memòria: 60 €