

Problema 3. — Una plataforma d'estríming de videojocs ha analitzat els hàbits dels seus usuaris durant un any. L'estudi mostra que el 40 % dels usuaris juguen principalment a jocs competitius en línia. D'entre aquests usuaris competitius, el 30 % participa habitualment en tornejos oficials. En canvi, entre els usuaris que no juguen principalment a jocs competitius, se sap que el 20 % també participa en tornejos oficials.

- (a) [0.5 punts] Si se selecciona aleatòriament un usuari que no juga principalment a jocs competitius, quina és la probabilitat que no participi en tornejos oficials?

Definim els esdeveniments:

- C = l'usuari juga principalment a jocs competitius.
- T = l'usuari participa en tornejos oficials.

Les dades de l'enunciat són:

$$P(C) = 0,40$$

Per tant:

$$P(\overline{C}) = 1 - 0,40 = 0,60$$

També sabem que:

$$P(T | C) = 0,30$$

i:

$$P(T | \overline{C}) = 0,20$$

(a) Probabilitat que no participe en tornejos

Ens diuen que seleccionem un usuari que **no juga principalment a jocs competitius**.

Això significa que sabem que ha passat $\overline{C}$.

Ens demanen:

$$P(\overline{T} | \overline{C})$$

Sabem que entre els usuaris que **no juguen principalment a competitius**, el 20 % participa en tornejos:

$$P(T | \overline{C}) = 0,20$$

Per tant, la probabilitat que **no** participe és la contrària:

$$\begin{aligned}P(\overline{T} \mid \overline{C}) &= 1 - P(T \mid \overline{C}) \\&= 1 - 0,20\end{aligned}$$

$$P(\overline{T} \mid \overline{C}) = 0,80$$

En percentatge:

$$80\%$$

- (b) [1.5 punts] Si se selecciona aleatòriament un usuari i se sap que participa en tornejos oficials, que és més probable, que jugui principalment a jocs competitius o no?

(b) Sabent que participa en tornejos, és més probable que siga competitiu o no?

Ara sabem que l'usuari participa en tornejos oficials.

Ens demanen comparar:

$$P(C \mid T)$$

amb:

$$P(\overline{C} \mid T)$$

Per poder calcular aquestes probabilitats condicionades, primer necessitem calcular $P(T)$.

1. Calculem $P(T)$

Hi ha dos tipus d'usuaris:

1. Els que juguen principalment a competitius.
2. Els que no hi juguen principalment.

Utilitzem el **teorema de la probabilitat total**:

$$P(T) = P(T \mid C)P(C) + P(T \mid \overline{C})P(\overline{C})$$

Substituïm:

$$P(T) = 0,30 \cdot 0,40 + 0,20 \cdot 0,60$$

Calculem:

$$0,30 \cdot 0,40 = 0,12$$

i:

$$0,20 \cdot 0,60 = 0,12$$

Per tant:

$$P(T) = 0,12 + 0,12$$

$$\boxed{P(T) = 0,24}$$

És a dir, el **24 % dels usuaris participa en tornejos oficials.**

2. Calculem $P(C \mid T)$

Ara utilitzem el **teorema de Bayes**:

$$P(C \mid T) = \frac{P(T \mid C)P(C)}{P(T)}$$

Substituïm:

$$P(C \mid T) = \frac{0,30 \cdot 0,40}{0,24}$$

$$P(C \mid T) = \frac{0,12}{0,24}$$

$$\boxed{P(C \mid T) = 0,50}$$

Per tant:

$$\boxed{P(C \mid T) = 50\%}$$

3. Calculem $P(\overline{C} \mid T)$

Podem fer-ho de dues maneres.

Com que només hi ha dues possibilitats:

$$P(\overline{C} \mid T) = 1 - P(C \mid T)$$

Per tant:

$$P(\overline{C} \mid T) = 1 - 0,50$$

$$P(\overline{C} \mid T) = 0,50$$

És a dir:

$$P(\overline{C} \mid T) = 50\%$$

4. Compareu les dues probabilitats

Tenim:

$$P(C \mid T) = 50\%$$

i:

$$P(\overline{C} \mid T) = 50\%$$

Per tant, **tenen exactament la mateixa probabilitat.**

Si sabem que un usuari participa en tornejos oficials:

$$P(C \mid T) = 50\%$$

$$P(\overline{C} \mid T) = 50\%$$

Per tant:

És igual de probable que jugue principalment a competitiu o que no.

