

P5.1 [2 punts] Siguin A , B , C i D quatre matrius de dimensió 2×3 , 1×3 , 2×3 , i 2×3 respectivament. Indica, justificadament, si es poden realitzar les següents operacions:

- (i) AC ,
- (ii) $D^{-1}A$,
- (iii) $B(A + C)^{\top}$,

on el superíndex $^{\top}$ indica la matriu transposada i el superíndex $^{-1}$ indica la matriu inversa. En cas afirmatiu digues quina és la dimensió de la matriu resultant.

P5.1 — Operacions amb matrius

Tenim les dimensions:

$$A : 2 \times 3, \quad B : 1 \times 3, \quad C : 2 \times 3, \quad D : 2 \times 3$$

Recordem dues regles fonamentals:

Producte de matrius

Si tenim:

$$M_{m \times n} \cdot N_{p \times q}$$

el producte es pot fer **només si**

$$\boxed{n = p}$$

i la matriu resultant tindrà dimensió:

$$\boxed{m \times q}$$

Suma de matrius

Només es poden sumar matrius que tinguen **exactament les mateixes dimensions**.

(i) AC

Tenim:

$$A : 2 \times 3$$

i:

$$C : 2 \times 3$$

Per poder multiplicar-les, el nombre de **columnes d'A** ha de coincidir amb el nombre de **files de C**.

Però:

$$\underbrace{2 \times \boxed{3}}_A \cdot \underbrace{\boxed{2} \times 3}_C$$

i:

$$3 \neq 2$$

Per tant, el producte **no es pot realitzar**.

AC no està definit

(ii) $D^{-1}A$

Primer hem de preguntar-nos si existeix D^{-1} .

Tenim:

$$D : 2 \times 3$$

Perquè una matriu tinga **inversa**, ha de ser una matriu quadrada.

És a dir, ha de tindre dimensions:

$$n \times n$$

Però D és:

$$2 \times 3$$

i, per tant, **no és quadrada**.

Així doncs:

$$D^{-1} \text{ no existeix}$$

i, per tant:

$$D^{-1}A \text{ no es pot realitzar}$$

$$\text{(iii) } B(A + C)^T$$

Ací hem de fer diversos passos i comprovar cada operació.

Pas 1. Calculem $A + C$

Tenim:

$$A : 2 \times 3$$

i:

$$C : 2 \times 3$$

Com que tenen les mateixes dimensions, **sí que es poden sumar**:

$$A + C : 2 \times 3$$

Pas 2. Transposem

Ara tenim:

$$(A + C)^T : 3 \times 2$$

En fer la transposada, s'intercanvien files i columnes:

$$(A + C)^T : 3 \times 2$$

Per tant:

$$(A + C)^T : 3 \times 2$$

Pas 3. Multipliquem per B

Sabem que:

$$B : 1 \times 3$$

i:

$$(A + C)^T : 3 \times 2$$

Per tant:

$$\underbrace{1 \times \boxed{3}}_B \cdot \underbrace{\boxed{3} \times 2}_{(A+C)^T}$$

Les dimensions interiors coincideixen:

$$3 = 3$$

Per tant, el producte **sí que es pot realitzar**.

La matriu resultant tindrà les dimensions exteriors:

$$\boxed{1 \times 2}$$

Per tant:

$$B(A + C)^T \text{ sí que es pot realitzar}$$

i la matriu resultant és de dimensió:

$$\boxed{1 \times 2}$$