

Problema A2. — Els resultats d’una enquesta sobre la quantitat de dies a la setmana que un treballador fa teletreball són els següents:

0 dies	1 dia	2 dies	3 dies	4 dies	5 dies
397	64	72	47	15	18

- a) Calcula la proporció mostral, sobre el total d’enquestats, dels que fan almenys un dia de tele-
treball setmanal. (1 pt)

a) Proporció mostral						
Les dades són:						
Dies	0	1	2	3	4	5
Treballadors	397	64	72	47	15	18

1. Nombre total d'enquestats

Sumem totes les dades:

$n = 397 + 64 + 72 + 47 + 15 + 18$

$n = 613$

Per tant, hi ha **613 treballadors enquestats**.

2. Treballadors que fan almenys un dia

«Almenys un dia» significa **1 dia o més**.

Per tant:

$x = 64 + 72 + 47 + 15 + 18$

$x = 216$

3. Proporció mostral

La fórmula és:

$$\hat{p} = x / n$$

Substituïm:

$$\hat{p} = 216 / 613$$

$$\hat{p} \approx 0,3524$$

En percentatge:

$$0,3524 \cdot 100 = 35,24 \%$$

Resultat

$$\hat{p} = 0,3524 = 35,24 \%$$

Per tant, el 35,24 % dels treballadors enquestats fan almenys un dia de teletreball a la setmana.

- b) Calcula un interval de confiança per a la proporció real dels treballadors que fan almenys un dia de teletreball setmanal amb un nivell de confiança del 75%. (1 pt)

b) Interval de confiança del 75 %

Tenim:

- $\hat{p} = 0,3524$
- $n = 613$
- Nivell de confiança = 75 %

1. Calculem α

El nivell de confiança és:

$$1 - \alpha = 0,75$$

Aïllem α :

$$\alpha = 1 - 0,75$$

$$\alpha = 0,25$$

Per tant:

$$\alpha = 0,25$$

2. Calculem $\alpha/2$

Com que l'interval de confiança és bilateral, dividim α entre 2:

$$\alpha/2 = 0,25 / 2$$

$$\alpha/2 = 0,125$$

Per tant:

$$\alpha/2 = 0,125$$

3. Calculem el valor crític

Necessitem:

$$1 - \alpha/2$$

És a dir:

$$1 - 0,125 = 0,875$$

Busquem **0,875** a la taula de la normal estàndard.

Obtenim:

$$z = 1,15$$

4. Fórmula de l'interval

Utilitzem:

$$\hat{p} \pm z \cdot \sqrt{[\hat{p}(1 - \hat{p}) / n]}$$

Substituïm:

$$0,3524 \pm 1,15 \cdot \sqrt{[0,3524 \cdot (1 - 0,3524) / 613]}$$

5. Calculem l'error

Primer:

$$1 - 0,3524 = 0,6476$$

Així:

$$\sqrt{[(0,3524 \cdot 0,6476) / 613]} \approx 0,01929$$

Multipliquem per 1,15:

$$1,15 \cdot 0,01929 \approx 0,02218$$

Per tant, l'error és:

$$E \approx 0,0222$$

6. Calculem l'interval

Límit inferior

$$0,3524 - 0,0222 = 0,3302$$

Límit superior

$$0,3524 + 0,0222 = 0,3746$$

Per tant:

$$IC_{75\%} = (0,3302 ; 0,3746)$$

En percentatge:

$$IC_{75\%} = (33,02 \% ; 37,46 \%)$$

Interpretació: amb un nivell de confiança del **75 %**, la proporció real de treballadors que fan almenys un dia de teletreball a la setmana es troba entre el **33,02 %** i el **37,46 %**.