

Problema C1. — L'alçada mitjana a Espanya s'ha incrementat els darrers 200 anys per factors com l'alimentació i la salut. Fa 200 anys, l'alçada mitjana a Espanya era de 157 cm. Actualment és de 169 cm. Aproximarem l'alçada mitjana a Espanya amb la funció $f(t)$, en cm, següent:

$$f(t) = 169 + t \cdot m,$$

on m és una constant desconeguda i t és la variable que indica els anys que han passat des d'avui en dia. És a dir, $f(0)$ representa l'alçada mitjana avui en dia, i $f(-200)$ representa l'alçada mitjana fa 200 anys.

a) Calcula el valor del paràmetre m .

(1 pt)

Problema C1

Tenim la funció que aproxima l'altura mitjana a Espanya:

$$f(t) = 169 + t \cdot m$$

on:

- $f(t)$ és l'altura mitjana, en cm.
- t és el nombre d'anys transcorreguts des d'avui.
- m és una constant que hem de determinar.

Sabem que:

$$f(0) = 169$$

i que fa 200 anys l'altura mitjana era de 157 cm. Com que fa 200 anys correspon a:

$$t = -200$$

tenim:

$$f(-200) = 157$$

a) Calcula el valor de m

Partim de:

$$f(t) = 169 + t \cdot m$$

Com que:

$$f(-200) = 157$$

substituïm $t = -200$:

$$157 = 169 + (-200)m$$

És a dir:

$$157 = 169 - 200m$$

Restem 169 als dos membres:

$$157 - 169 = -200m$$

$$-12 = -200m$$

Dividim entre -200 :

$$m = \frac{-12}{-200}$$

$$m = 0,06$$

Per tant:

$$\boxed{m = 0,06}$$

Interpretació

El valor $m = 0,06$ significa que, segons aquest model, l'altura mitjana augmenta **0,06 cm cada any**.

b) Segons la nostra funció $f(t)$, quina serà l'alçada mitjana d'aquí a 50 anys?

(1 pt)

b) Quina serà l'altura mitjana d'ací a 50 anys?

Ara volem saber:

$$f(50)$$

Ja sabem que:

$$f(t) = 169 + 0,06t$$

Substituïm $t = 50$:

$$f(50) = 169 + 0,06 \cdot 50$$

Calculem:

$$0,06 \cdot 50 = 3$$

Per tant:

$$f(50) = 169 + 3$$

$$f(50) = 172 \text{ cm}$$

Resposta

Segons aquest model, d'ací a 50 anys l'altura mitjana serà de:

$$172 \text{ cm}$$

c) Calcula $f'(0)$. Què representa aquest valor?

(1 pt)

c) Calcula $f'(0)$. Què representa?

Tenim:

$$f(t) = 169 + 0,06t$$

Derivem respecte de t .

La derivada d'una constant és 0:

$$(169)' = 0$$

I:

$$(0,06t)' = 0,06$$

Per tant:

$$f'(t) = 0,06$$

Què representa?

La derivada representa la **taxa de variació instantània** de l'altura mitjana respecte del temps.

En aquest cas:

$$f'(0) = 0,06 \text{ cm/any}$$

Això significa que **actualment**, segons el model, l'altura mitjana augmenta a un ritme de **0,06 cm per any**.

Com que la funció és lineal, la taxa de variació és constant, de manera que $f'(t) = 0,06$ per a qualsevol valor de t .